EUCLIDES

MAANDBLAD
VOOR DE DIDACTIEK VAN DE EXACTE VAKKEN

ORGAAN VAN
DE VERENIGINGEN WIMECOS EN LIWENAGEL

MET VASTE MEDEWERKING VAN VELE WISKUNDIGEN
IN BINNEN- EN BUITENLAND

34e JAARGANG 1958/59
II - 1 OKTOBER 1958

INHOUD

P. NOORDHOFF N.V. - GRONINGEN

Het tijdschrift **Euclides** verschijnt in tien afleveringen per jaar. Prijs per jaargang ƒ 8,00; voor hen die tevens geabonneerd zijn op het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde is de prijs ƒ 6,75.

De leden van *Wimecos* krijgen *Euclides* toegezonden als officieel orgaan van hun vereniging; het abonnementsgeld is begrepen in de contributie (ƒ 8,00 per jaar, aan het begin van het verenigingsjaar (1 september t.e.m. 31 augustus) te storten op postrekening 143917 ten name van de Vereniging van Wiskundeleraren te Amsterdam).

De leden van *Liwenagel* krijgen *Euclides* toegezonden voor zover ze de wens daartoe te kennen geven en ƒ 5,00 per jaar storten op postrekening 87185 van de Penningmeester van Liwenagel te Amersfoort.

Indien geen opzegging heeft plaats gehad en bij het aangaan van het abonnement niets naders is bepaald omtrent de termijn, wordt aangenomen, dat men het abonnement continueert.

Boeken ter bespreking en aankondiging aan Dr. D. N. van der Neut te Zeist.

Artikelen ter opname aan Dr. Joh. H. Wansink te Arnhem.

Opgaven voor de „kalender" in het volgend nummer binnen drie dagen na het verschijnen van dit nummer in te zenden aan H. W. Lenstra te Groningen.

Aan de schrijvers van artikelen worden gratis 25 afdrukken verstrekt, in het vel gedrukt; voor meer afdrukken overlegge men met de uitgever.

DER GEOMETRISCHE ANFANGSUNTERRICHT IN POLEN

Bericht der polnischen Subkommission der
Internationalen Mathematischen Unterrichtskommission [1])
redigiert von

ST. STRASZEWICZ

I. Einleitendes über das Schulsystem

Seit der Schulreform, die in den ersten Nachkriegsjahren durchgeführt wurde, haben die allgemeinbildenden Schulen in Polen die einheitliche Struktur einer Elfklassenschule, die sich in die 7-jährige Grundschule (Klassen I—VII) und das 4-jährige Lyzeum (Klassen VIII—XI) gliedert.

Die Schulpflicht erstreckt sich auf den Besuch der Grundschule, wobei in die I.Klasse diejenigen Kinder aufgenommen werden, die in dem betreffenden Kalenderjahr das 7.Lebensjahr vollenden.

Von den Absolventen der Grundschule tritt nur ein Teil ins Lyzeum (in die VIII.Klasse) ein; die anderen wählen für den weiteren Unterricht verschiedene Berufsschulen, oder nehmen Arbeitsstellen an, wobei sie dann verpflichtet sind, an speziellen Fortbildungskursen für arbeitende Jugend teilzunehmen.

Die Grundschule spielt somit nicht nur die Rolle der niederen Stufe einer höheren Schule; ihre Aufgabe ist es vielmehr, der Jugend ein Mass allgemeiner Bildung zu gewährleisten, das zu einem gewissen Grade ein abgeschlossenes Ganzes bildet. Dazu gehört natürlich auch ein elementarer Geometrieunterricht.

Die Wochenstundenzahl für Mathematik ist in den einzelnen Klassen der Grundschule die folgende: I Klasse — 5½ Stunden, II — 6, III — 6, IV — 6, V — 6, VI — 6, VII — 5; die Zahl der Unterrichtswochen in einem Schuljahr beträgt 30—32. Geometrie wird von der III.Klasse an (9-jährige Kinder) gelehrt. In den Klassen III, IV, V werden dafür nur wenige Unterrichtsstunden vorgesehen und zwar in der III.Klasse 12 Stunden, in der IV. — 14, in der V. — 20 bis 30; der geometrische Lehrstoff wird in diesen Klassen abwechselnd mit dem arithmetischen und in enger Anlehnung an diesen behandelt. Der Unterricht in den Klassen III — V, der

[1]) Zum Thema "Comparative Studies of the Methods of Initiation into Geometry" auf dem Edinburgher Kongress 1958.

sich methodisch von dem der nächst höheren Klassen unterscheidet, wird im Folgenden als die *propädeutische Stufe* bezeichnet.

In den Klassen VI und VII (Schüleralter 12—13 Jahre) haben wir einen zweiten geometrischen Unterrichtszyklus, den wir *Unterstufe* nennen wollen. Die Geometrie tritt hier als ausgesondertes Lehrfach auf mit 2 bzw. $2\frac{1}{2}$ Wochenstunden, d.h. 60—64 Schulstunden in der VI., 75—80 Stunden in der VII. Klasse.

Einen dritten Zyklus — *die Oberstufe* — stellt der Geometrieunterricht in den Klassen VIII—X dar. Der vorliegende Bericht umfasst nur die Besprechung der beiden ersten Stufen.

II. Die propädeutische Stufe

Der geometrische Schulstoff der Klassen III—V enthält folgendes:

III. Klasse: Die geradlinige Strecke, Längenmessung im dezimalen Masssystem. Das Rechteck und das Quadrat, deren Konstruktion mit dem Lineal auf kariertem Papier, Berechnung des Umfanges.

IV. Klasse: Verwendung des Zeichendreiecks zum Zeichnen der Rechtecke. Zeichnen von Strecken und Rechtecken in einem Massstabe. Plan des Klassenzimmers, Bestimmung wahrer Grössen von Strecken nach dem Plane.

V. Klasse: Der Kreis, Gebrauch des Zirkels. Der Winkel und seine Arten, das Gradmass und der Winkelmesser. Parallele und senkrechte Geraden, ihre Konstruktion mit dem Lineal und Zeichendreieck.

Flächeninhalt von Rechteck und Quadrat, die Flächenmasse.

Der Quader und der Würfel, Konstruktion ihrer Netze und Modelle, Berechnung des Volumens, die Raummasse.

In allen drei Klassen: Übungen im Freien.

Aus dieser Zusammenstellung ist ersichtlich, dass der Geometrieunterricht in der propädeutischen Stufe hauptsächlich darauf gerichtet ist, die Schüler in den Begriff der geometrischen Grösse in ihren verschiedenen Arten: Strecken, Winkel, Flächen- und Raumteile, und in deren Messung einzuführen. Man hat dabei reichlich Gelegenheit zu arithmetischen Übungen. Es ist zu bemerken, dass man auch andererseits im arithmetischen Unterricht von geometrischer Veranschaulichung einen ausgedehnten Gebrauch macht, indem man verschiedene Diagramme und andere graphische Verfahren benutzt.

Einführung des Massstabes und des Planes in der IV. Klasse geschieht mit Rücksicht auf den Geographieunterricht und wird mit diesem zeitlich koordiniert.

Die Lehrmethode ist in der propädeutischen Stufe eine anschaulich-dogmatische. Der Schüler gewinnt einzelne geometrische Vorstellungen aus unmittelbarer Wahrnehmung, lernt einige Namen, Regeln und Zeichen kennen und übt gewisse rechnerische und zeichnerische Verfahren ein; seine Denktätigkeit wird auf unmittelbare Anwendung der gelernten Regeln beschränkt. Von der Einführung logischer Elemente wird noch abgesehen, auch trachtet man nicht danach, den Unterricht irgendwie systematisch zu gestalten.

III. Die Unterstufe

Allgemeine Voraussetzungen. In den Schulen der Vorkriegsperiode, d.h. vor der Einführung des jetzt bestehenden Schulsystems, hatte man noch im 6. und 7. Schuljahre einen propädeutischen Geometrieunterricht, der im Grossen und Ganzen nach der oben charakterisierten Methode geführt wurde. Im 8. Schuljahr setzte dann ein deduktiver Lehrgang des Gymnasiums ein, der nichts von jener Propädeutik wissen wollte, und wo das früher gelernte nochmals eingeführt und erst mal „richtig" dargestellt wurde.

In der gegenwärtigen Elfklassenschule wäre in den Klassen VI und VII eine geometrische Propädeutik in dem obigen Sinne nicht mehr am Platze. Ein Unterricht, der aus dem Inbegriff geometrischer Erscheinungen einzelne disparate Tatsachen herausgreift und diese rein anschauungsmässig und ziemlich zusammenhangslos behandelt, indem er sich um mathematische Begriffsbildung und logisches Schliessen nicht kümmert, würde weder den Anforderungen, die man an die Grundschule stellt, noch der psychischen Entwicklung der 12—13 jährigen Kinder entsprechen. Denn einerseits stattet er die Schüler nicht mit einem solchen System geordneter geometrischer Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten aus, wie es die Absolventen der Grundschule beim weiteren Unterricht oder in der praktischen Tätigkeit brauchen und verwenden können. Andererseits kann er eine gehörige Entwicklung der geistigen Anlagen der Jugend nicht gewährleisten. Bei den Kindern von 12—13 Jahren lässt sich eine geistige Regsamkeit beobachten, die sich in einer oft sehr lebhaften Wissbegierde, veränderten Denkinteressen und einer Neigung zum naiven Räsonnieren offenbart. Die Schüler hätten zwar noch kein Verständnis für ein deduktives System, sind aber wohl befähigt, sich geometrische Begriffe und Zusammenhänge sowie auch einfache logische Schlüsse anzueignen, wenn sie ihnen in passender Weise dargeboten werden. Eine Vernachlässigung der der Jugend innewohnenden

Entwicklungsmöglichkeiten wäre ein ebenso schwerer didaktischer Fehler wie deren Überschätzung.

Durch diese Erwägungen sah man sich in Polen dazu veranlasst, im Geometrieunterricht zwischen die Propädeutik der niederen Klassen und die deduktive Oberstufe eine Unterstufe in den Klassen VI und VII einzuschalten.

Die Auswahl des Lehrstoffes für die Unterstufe ist unter dem Gesichtspunkte getroffen worden, dass er die der gesamten Jugend nötigen oder nützlichen Kenntnisse enthalten und ein gewisses Ganzes bilden soll. Es hat jedoch den Verfassern des Programms auch das entferntere Ziel vorgeschwebt, darin gewisse weiter in der Oberstufe zu entwickelnden Gedanken einzuleiten und damit eine geeignete Brücke zwischen dem intuitiven Vorgehen des Elementarunterrichts und dem deduktiven schon ziemlich grosse Anforderungen stellenden Lehrgang der Oberklassen zu schlagen. Man ist ferner der Ansicht gewesen, dass ein so gedachter Unterstufenkursus seine Aufgabe nur dann erfüllen kann, wenn ihm ein bestimmtes logisches Gefüge zugrunde liegt, welches zwar nicht den Schülern, aber doch dem Lehrer bewusst sein soll. Deshalb ist der Unterstufenunterricht durchaus systematisch gedacht. Es soll kein deduktiver Lehrgang sein, aber er hat doch die Schulung des logischen Denkens zu berücksichtigen, indem von Anfang an klare wissenschaftliche Ausdrucksweise zu lehren ist und allmählich einige logische Begriffe einzuführen sind.

Der Lehrstoff. Das Programm der Unterstufe kann wie folgt zusammengefasst werden.

VI.Klasse (60—64 Stunden).

1) Die geometrischen Grundgebilde: die gerade Linie, die Strecke, der Winkel, das Vieleck.

2) Axiale Symmetrie, die Mittelsenkrechte einer Strecke, das gleichschenklige Dreieck.

3) Der Kreis, das Schneiden der Geraden und Kreise. Grundkonstruktionen mit Lineal und Zirkel.

4) Kongruenz der Figuren: Kongruenzsätze für Dreiecke, Dreieckkonstruktionen, Drehung um einen Punkt.

5) Parallele Geraden, Parallelverschiebung, Winkelsumme im Dreieck, das Parallelogramm und andere besondere Vierecke.

VII.Klasse (75—80 Stunden).

1) Die Lehre vom Kreis; Sehnen und Tangenten; Winkel am Kreis. Der Umkreis und der Inkreis eines Dreiecks. Die einfachsten regulären Vielecke.

2) Das Messen von Strecken, Streckenverhältnisse. Der Strahlensatz, die zentrale Streckung, Ähnlichkeit der Figuren.

3) Die Flächenmessung. Bestimmung des Flächeninhalts elementarer Figuren.

4) Der Kreisumfang und der Flächeninhalt des Kreises.

5) Grundtatsachen der Stereometrie. Die einfachsten Polyeder und Rotationskörper, ihre Netze und Modelle. Einführung der Begriffe: Parallelität und Orthogonalität von Geraden und Ebenen, windschiefe Geraden, Flächenwinkel. Bilder einfacher Körper in Parallelprojektion.

Grundformeln für Oberflächen- und Volumenberechnungen.

Richtlinien des Programms

a) *Der Transformationsgedanke im Unterricht.*

Vor 85 Jahren hat Felix Klein in seinem berühmten Vortrag die fundamentale Rolle der geometrischen Transformationen mit Nachdruck dargestellt. Die Ideen des Erlanger Programms sind seitdem Allgemeingut der Mathematiker geworden. Auf dem Gebiete der Schulmathematik führten sie zu dem Reformpostulat, die Lehren von der Kongruenz und der Ähnlichkeit auf die Betrachtung der elementaren Transformationen zu gründen [2]). Die praktische Realisierung dieser Forderung stösst auf eine didaktische Schwierigkeit: Will man die Kongruenz der Figuren mittels Parallelverschiebungen und Drehungen erklären, so muss man vorerst die Eigenschaften dieser Transformationen besprechen; dazu braucht man aber die Eigenschaften der Parallelen und andere Kenntnisse, die ihrerseits den Kongruenzbegriff schon benötigen. Dieses ist vielleicht der Hauptgrund, warum die meisten Verfasser der Schulbücher in den Anfangskapiteln die „euklidische" Darstellung vorziehen und die Transformationen erst viel später als ein Thema für sich behandeln.

In Polen wird dem Geometrieunterricht der Unterstufe von Anfang an *die Idee der Beweglichkeit der Figuren* zugrunde gelegt. Die eben erwähnte Schwierigkeit wird dadurch beseitigt, dass man als Ausgangspunkt die Achsensymmetrie wählt. Konstruktion symmetrischer Figuren, die keine weiteren Mittel als das Abtragen von Strecken und das Lotfällen erfordert, liefert das erste Beispiel

[2]) Es ist zu bemerken, dass dieses Postulat im Einklang steht mit den Ergebnissen neuerer psychologischer Forschungen über die Bildung geometrischer Begriffe bei den Kindern. S. J. Piaget, B. Inhelder, „Représentation de l'espace chez l'enfant", Presses Universitaires de France 1949; J. Piaget, B. Inhelder, A. Szemínska „La géométrie spontanée de l'enfant", Ebenda 1948.

einer geometrischen Transformation. Es werden daran weitere Konstruktionsaufgaben angeknüpft, insbesondere das Spiegeln einer Figur an mehreren Achsen hintereinander. So kommt man zum Begriffe kongruenter Figuren als solcher, die durch Anwendung von Spiegelungen zur Deckung gebracht werden können. Man erhält dadurch eine hinreichende Grundlage zur Behandlung der Eigenschaften kongruenter Figuren, vor allem der Gleichheit der Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck und der Kongruenzsätze. Präzisere Beweise können natürlich erst auf der Oberstufe gegeben werden.

Im weiteren Verlauf des Unterrichtes wird die Drehung und die Translation eingeführt, und es wird anschaulich gezeigt, dass jede dieser Transformationen durch zweimalige Spiegelung erzeugt werden kann.

Der Lehre von der Ähnlichkeit der Figuren legt man die zentrale Streckung (Homothetie) zugrunde, die sich besonders gut dazu eignet, die Schüler mit dem Wesen einer geometrischen Transformation vertraut zu machen. Sie lässt eine Fülle von Anwendungen zu, die sich in anschauliche Form kleiden lassen und doch präzise, wenn auch einfache Überlegungen erfordern.

Die allgemeine Ähnlichkeitstransformation wird dann als die Zusammensetzung einer Streckung mit einer Kongruenz eingeführt. Eine solche Gestaltung des Unterrichts eignet sich gut dazu, die Schüler durch konstruktives Vorgehen in die Ähnlichkeitslehre einzuführen.

Man braucht sich dabei nicht auf die wenigen herkömmlichen Figuren zu beschränken, sondern kann in weitem Umfange „beliebige" Figuren in Betracht ziehen.

Diese letztere Bemerkung steht im Zusammenhange mit einem allgemeinen didaktischen Prinzip, das man beim Unterstufenunterricht befolgt. Damit die geometrischen Verhältnisse vom Schüler richtig erfasst werden, ist es nötig, dass er mit möglichst vielen Figuren von wechselnder Gestalt und Grösse zu tun hat und sie auch in verschiedenen Lagen zeichnet. Demgemäss wird es den Lehrern empfohlen, in Lehr- und Übungsstoff verschiedene Dispositionen zu berücksichtigen und auch verschiedenartige unregelmässige Figuren heranzuziehen.

b) *Das Messen*

Ein beträchtlicher Teil des Geometrieunterrichts im 7. Schuljahr betrifft das Messen geometrischer Grössen und metrische Eigenschaften der Figuren. Die einfachsten diesbezüglichen Aufgaben

bilden den eigentlichen Inhalt des Unterrichtes in den Klassen III—V. Hier soll der Bereich dieser Kenntnisse erweitert werden. In methodischer Hinsicht kommt es hauptsächlich auf die Behandlung des Strahlensatzes und der Sätze vom Flächeninhalt des Rechtecks und vom Rauminhalt des Quaders an. Von vielen Seiten wird es empfohlen, hier einfach so zu verfahren, als ob alle Grössen kommensurabel wären. Obwohl sich dann die erwähnten Sätze mit Leichtigkeit ergeben, kann man gegen dieses Verfahren Bedenken erheben: 1⁰ Es treten hier Masszahlen in Form gewöhnlicher Brüche auf, während man in der Praxis des Messens ausschliesslich mit Dezimalbrüchen arbeitet; 2⁰ man operiert rein verbal mit einem gemeinsamen Mass von Grössen, ohne zu zeigen, wie es gefunden werden kann; 3⁰ im späteren Unterricht müsste man solche Begründungen als unrichtig desavouieren.

Es wird daher in der Unterstufe ein anderer Weg eingeschlagen, der unserer Ansicht nach das Fassungsvermögen der Schüler von 13—14 Jahren nicht übersteigt und sich als Einführung für spätere eingehendere Behandlung des Zahlbegriffs gut eignet. Man kommt auf den Prozess des Messens zurück und hebt die Tatsache hervor — die übrigens den Schülern aus der Praxis bekannt ist — dass das Messresultat ein Dezimalbruch ist, der einen Näherungswert der gesuchten Grösse darstellt. Seine Genauigkeit, d.h. die Zahl der genauen Dezimalstellen kann erhöht werden, indem man immer feinere Messinstrumente anwendet. Man bespricht Beispiele, wie etwa das Messen eines Stabes von $2\frac{1}{3}$ Meter Länge mit dem Metermass, welche zeigen, dass der Messprozess — theoretisch betrachtet — keinen Abschluss zu finden braucht, sondern im allgemeinen einen nicht endenden Dezimalbruch erzeugt. Zwei Grössen sind dann und nur dann gleich, wenn bei ihrer Messung derselbe Dezimalbruch gebildet wird, d.h. wenn dabei die entsprechenden Näherungswerte stets gleich sind. Entsprechendes gilt für Grössenverhältnisse.

Diese Feststellungen genügen, um die Richtigkeit des Strahlensatzes klar zu machen. Man zeigt ohne jede Schwierigkeit, dass die sukzessiven Ziffern zweier Dezimalbrüche, welche den betrachteten Streckenverhältnissen entsprechen, dieselben sind. Ob die Strecken kommensurabel sind oder nicht, ist bei dieser Betrachtungsweise ganz belanglos.

In ähnlicher Weise behandelt man die beiden Hauptsätze der Flächen- und Rauminhaltslehre. Allerdings muss da noch etwas über das Rechnen mit Näherungswerten gesagt werden.

Das wird im parallellaufenden arithmetischen Unterricht besorgt.

c) *Die Stereometrie.*

Seit den bekannten Kleinschen Reformvorschlägen treten manche Methodiker für eine Verschmelzung des planimetrischen und stereometrischen Unterrichts ein. Die Vorzüge einer solchen „Fusion" sind nicht zu verkennen, es sprechen aber auch viele Gründe dafür, dass man im Anfangsunterricht mit der Planimetrie beginnen sollte. Die Lagenverhältnisse im Raum sind viel komplizierter als in der Ebene und es ist zweifelhaft, ob sie für die Schüler leichter zu erfassen sind. In der Planimetrie bildet das Zeichnen eine unerschöpfliche Quelle geometrischer Erfahrungen; in der Stereometrie hat man ein solches Mittel nicht, denn die Benutzung der Modelle bietet nur sehr begrenzte Möglichkeiten und das Projektionszeichnen in grösseren Umfange kommt noch nicht in Frage.

Aus diesen Erwägungen heraus hat man in Polen beschlossen, auf der Unterstufe den planimetrischen Unterricht der Stereometrie vorangehen zu lassen. Das soll nicht bedeuten, dass man sich nicht von Anfang an bei Erläuterung geometrischer Begriffe einer Veranschaulichung an räumlichen Modellen und Körpern aus der Umgebung bedient.

Für Stereometrie sind im ganzen 40 Unterrichtsstunden im zweiten Halbjahr der VII.Klasse bestimmt. Angesichts dieses geringen Zeitausmasses sind auch die Unterrichtsziele bescheiden gesteckt; an Hand der Modelle werden die Schüler mit den einfachsten Körpern bekannt gemacht und lernen dabei die Grundtatsachen kennen, welche die gegenseitige Lage von Geraden und Ebenen betreffen. Die meisten dieser Modelle verfertigt der Schüler selbst und behält sie bis zum Jahresschluss, da sie fortlaufend zu verschiedenen Übungen benutzt werden. Man erklärt den Schülern auch die Bilder der Körper in Parallelprojektion — etwa als Schatten im Sonnenlicht — verfolgt aber dabei hauptsächlich den Zweck, die Abbildungen in Büchern verständlich zu machen, und begnügt sich mit den einfachsten Konstruktionsübungen. Entsprechend der allgemeinen Tendenz des Unterrichts wird auch die Spiegelung an der Ebene, Parallelverschiebung und Drehung um eine Achse besprochen und daraus der Begriff kongruenter Figuren abgeleitet.

Methodische Richtlinien.

Der methodischen Bearbeitung des Unterstufenlehrstoffes werden nachfolgende Einsichten zugrunde gelegt.

Durch blosse Beschauung der Raumgebilde werden dem Kinde

die geometrischen Verhältnisse noch keinesfalls zum Bewusstsein gebracht. Der Schüler steht z.B. den einfachsten stereometrischen Tatsachen perplex gegenüber, sein Beobachtungsvermögen sondert sie offenbar aus der Kompliziertheit der Umwelt nicht aus. In der Ebene wird er oft der Kongruenz zweier Figuren, etwa zweier Dreiecke, nicht gewahr, wenn sie sich nicht in einer speziellen Lage nebeneinander befinden; dasselbe gilt erst recht für die Ähnlichkeit.

Eine wirkliche Kenntnis der geometrischen Figuren wird vom jungen Schüler erst bei eigener, womöglich mit manueller Arbeit verbundener Tätigkeit erworben. Der 12—13 jährige Schüler ist — wenn wir einen bekannten Bergsonschen Spruch modifizieren — eher *discipulus faber* als *discipulus sapiens.*

Deshalb ist den konstruktiven Aufgaben, d.h. dem Zeichnen oder dem Modellbau der Vorrang vor den Rechenaufgaben zu geben, obwohl auch diese letzteren durchaus nicht zu unterschätzen sind. Ein ständiger Umgang mit geometrischen Gebilden soll sie dem Schüler vertraut machen, bevor ihre Theorie entwickelt wird. So ist z.B. der Begriff der kongruenten Figuren erst dann einzuführen, nachdem die Schüler schon vielfach Gelegenheit hatten, kongruente Figuren zu konstruieren.

Diesem Leitgedanken gemäss wird im Planimetrieunterricht der VI. und der VII.Klasse dem *geometrischen Zeichnen eine führende Rolle zugewiesen.* Der Unterricht wird nach Möglichkeit so gestaltet, dass eine zeichnerische Aufgabe den Ausgangspunkt bildet, an den sich entsprechende Feststellungen und Formulierungen anschliessen. Grosse Aufmerksamkeit wird den Übungen gewidmet, die vorwiegend konstruktiver Natur sind und mannigfaltige Lagebeziehungen berücksichtigen sollen.

Es sei wiederum die Kongruenzlehre als Beispiel angeführt. Die übliche Erklärung, zwei Figuren seien kongruent, wenn sie zur Deckung gebracht werden können, bleibt rein verbal so lange, bis man wirkliche Deckungsversuche vornimmt, was selten geschieht. In dem in Rede stehenden Unterricht meidet man solche Gedankenkonstruktionen und macht wenig Gebrauch von Illustrationen und Zeichnungen, seien sie noch so schön und eindrucksvoll, wenn sie von den Schülern selbst nicht verfertigt oder nachgebildet werden können. Im Falle der Kongruenz verfährt man folgendermassen. Der eigentlichen Kongruenzlehre schickt man mehrere Unterrichtsstunden voraus, wo viel Platz der Achsenspiegelung und diesbezüglichen Konstruktionsübungen eingeräumt wird. Da zeichnen die Schüler z.B. die spiegelsymmetrische Figur F_1 zu einer gegebenen Figur F, dann spiegeln sie die Figur F_1 an einer anderen

Achse usw. Durch mannigfaltige Auswahl der Data wird dafür gesorgt, das Interesse der Schüler wachzuhalten, ihnen sogar Unterhaltung zu bieten (Spiegelung von Buchstaben und kurzen Wörtern und dgl.): Derartige Übungen — die, nebenbei gesagt, auch die zeichnerische Fertigkeit entwickeln — machen es nachher den Schülern leicht, den Sinn des Kongruenzbegriffs richtig zu erfassen.

Das geometrische Zeichnen, als Arbeitsmethode verwendet, führt zu geometrischen Erkenntnissen, wirkt an deren Entwicklung mit und bietet die Möglichkeit verschiedenster Anwendungen. Durch eine passende Wahl von Aufgaben kann man dazu beitragen, bei der Jugend den Forschungsgeist zu wecken, indem man auf zeichnerischem Wege noch unbekannte geometrische Wahrheiten aufzudecken sucht, aber auch andererseits naheliegende Vermutungen widerlegt und dadurch eine kritische Haltung gegenüber vorschnellen Behauptungen einzunehmen lehrt. Es mögen hier einige Beispiele von Aufgaben aus den obligatorischen Lehrbuch für die VI.Klasse zitiert werden:

1) Zeichne alle Winkelhalbierenden in einigen Dreiecken und Vierecken! Was bemerkst Du? 2) Zeichne die Geraden, die den Winkel an der Spitze eines gleichschenkligen Dreiecks in 4 gleiche Teile teilen! Teilen sie auch die Gegenseite in gleiche Teile? 3) Zeichne ein Viereck im Innern eines Dreiecks! Kann der Umfang des Vierecks grösser sein, als der Umfang des Dreiecks? 4) In wie viele Teile wird die Ebene (das Papierblatt) geteilt, wenn Du 3 Geraden zeichnest? Berücksichtige alle Möglichkeiten!

Das oben gesagte kann so zusammengefasst werden, *dass man in der Unterstufe das Zeichnen zu einer Methode des induktiven Unterrichts auszubauen sucht und es nicht bloss als Illustration geometrischer Wahrheiten benutzt.*

Eine wichtige, wenn auch viel bescheidenere Rolle kommt auch dem Messen und dem Rechnen zu. Das Messen (Längen, Flächeninhalte, Volumina) kam schon in der Propädeutik vor, jetzt wird es (auch im Freien) fortgesetzt. Es werden Flächeninhalte verschiedener Polygone und näherungsweise auch beliebiger Figuren bestimmt. In der VII.Klasse erfährt der Schüler mit Überraschung, dass das Messen einer Strecke zu einem unendlichen Dezimalbruch führen kann; daran knüpft man den Proportionalitätssatz des Thales an, so dass dieser Hauptsatz der Ähnlichkeitslehre in direkte Beziehung mit der Operation des Messens gebracht wird. In der Stereometrie werden Flächenwinkel und andere Grössen an Körpern gemessen.

Berechnungsaufgaben beschränken sich in der VI. und VII. Klasse auf unmittelbare Anwendung der auswendig gelernten Regeln und Sätze auf Figuren, deren Elemente zahlenmässig gegeben sind, aber auch manchmal vom Schüler selbst gemessen werden. Diese Übungen leisten gute Dienste, wenn es sich um Festigung von erworbenen Kenntnissen handelt; sie vermitteln auch eine Art arithmetischer Erfahrungen auf geometrischem Gebiete.

Dem in der Planimetrie befolgten *Prinzip der Schüleraktivität* sucht man auch in der Stereometrie gerecht zu werden. Da das Zeichnen hier nicht mehr die frühere Bedeutung haben kann (vom Projektionszeichnen ist noch nicht die Rede), werden Modelle herangezogen. In der letzten Zeit beobachtet man bei unseren Didaktikern ein Anwachsen des Interesses für anschauliche Lehrmittel zum Mathematikunterricht; es werden allerlei Modelle vorgeschlagen, die oft sehr schön ausgeführt sind und effektvoll wirken. Dieser Flut von geistreichen Einfällen entspricht aber im allgemeinen keine genügende Analyse der mathematisch bildenden Funktion des Modells. Die Rolle des Demonstrierens wird oft überschätzt, hingegen die viel wichtigere Sache, nämlich die Möglichkeit, das Modell zur Grundlage bzw. zum Ausgangspunkt für elementare Probleme und Operationen zu machen, nicht genug beachtet.

Im Stereometrieunterricht der Unterstufe arbeitet man hauptsächlich mit Modellen, die von den Schülern selbst angefertigt werden. Deren Zahl kann natürlich wegen Zeitmangels nicht gross sein. Gewöhnlich sind es nicht mehr als 8 Modelle (Pyramiden, Prismen, Kegel, Zylinder) mit vorgeschriebenen Ausmassen, die jeder Schüler im Laufe des Unterrichtes machen muss. An Modellen werden die wichtigsten Begriffe und Tatsachen eingeführt, die sich auf Parallelität und Orthogonalität im Raume beziehen. Daran schliessen sich Messungen sowie Rechnungen und Konstruktionsaufgaben an. Man bestimmt z.B. verschiedene ebene Querschnitte dieser Körper (und zeichnet sie im Heft), Symmetrieebenen, Drehungsachsen, kürzeste Wege zwischen zwei Punkten der Oberfläche, misst verschiedene Abstände, Flächenwinkel, Volumina u.a.m. Kurz gesagt, man glaubt, das Raumanschauungsvermögen und die Kenntnis räumlicher Verhältnisse bei den Schülern am besten dadurch zu entwickeln, dass man sie selbst mit den Körpern operieren lässt. Das schliesst natürlich nicht aus, dass man sich gelegentlich (auch in der Planimetrie) noch verschiedener anderer Veranschaulichungsmittel bedient.

Mit der Erwerbung geometrischer Kenntnisse muss auch *die Entwicklung gewisser Denkfähigkeiten und Denkgewohnheiten* fortschreiten. Die Schüler müssen allmählich an mathematische Begriffsbildungen und Schlussfolgerungen herangeführt werden. Dazu ist vor allem nötig, sie zum Gebrauch der *wissenschaftlichen Sprache* anzuleiten, indem man bei ihnen eine *genaue Ausdrucksweise* auszubilden sucht.

Die Umgangssprache gebraucht allerlei Abkürzungen, bildliche Redewendungen und Ausdrücke, die dem richtigen Wort zwar sinnverwandt, doch nicht gleichwertig sind; es ist ihr überhaupt Eiligkeit und nicht Genauigkeit eigen. Der an solche Redefreiheit gewohnte Schüler spricht auch wissenschaftliche Gedanken unvollständig und nachlässig aus und kann zunächst die Notwendigkeit von präziseren Formulierungen nicht einsehen. Der frühere Lateinunterricht mit seiner philologischen Methode weckte das Verständnis für scharfe Sinnumgrenzung der gebrauchten Ausdrücke; heute lernen die meisten Schüler in Polen kein Latein, und so ist die Pflege der logisch einigermassen befriedigenden Sprache in erster Linie Obliegenheit des Mathematikunterrichtes. Die dabei zu überwindenden Schwierigkeiten gleichen denen, die beim Lernen einer fremden Sprache auftreten und müssen mit derselben Ausdauer gemeistert werden. Da man sich auf das aus der Propädeutik Gebrachte nicht verlassen kann, wird mit dieser Arbeit in der VI.Klasse systematisch begonnen.

In den ersten Wochen hat der Schüler nur gewisse einfache und kurze Texte aus dem Lehrbuch zu lernen, die ihm später als Vorbilder dienen. Dann soll er kurze Fragen schriftlich beantworten. Allmählich geht man zu längeren mündlichen und schriftlichen Übungen über. Dazu eignen sich besonders gut Beschreibungen von Konstruktionen weil sich dann der Schüler an die Reihenfolge der von ihm ausgeführten Operationen halten kann.

Die geometrischen Lehrsätze treten zunächst in der Form von Behauptungssätzen auf. Später benutzt man auch Bedingungssätze („wenn . . . dann . . ."). An den grammatischen Bau des Konditionalsatzes knüpft man gegen das Ende der VI.Klasse die Erklärung der Begriffe *Lehrsatz*, seine *Voraussetzung* und *Behauptung* an. In Verbindung damit formt man Behauptungssätze in Konditionalsätze um und umgekehrt. Diese Übungen fallen hauptsächlich schon in die VII.Klasse.

Die Aufgabe des Lehrers, den Schülern korrekte geometrische Sprache beizubringen, kann erleichtert werden, wenn er sie auch kollektiv mit dem Redigieren beschäftigt. Es zeigt sich, dass

Schüler, die einzeln oft mit sehr mangelhaften Texten zufrieden sind, in gemeinsamer Arbeit recht viel Kritizismus an den Tag legen, sich gegenseitig korrigieren, und zu bedeutend besseren Formulierungen gelangen.

Es wäre offenbar verfehlt, in Bezug auf mathematische Formulierungen allzu grosse Forderungen an die Jugend zu stellen. Die methodischen Anweisungen warnen die Lehrer davor und empfehlen ihnen nachdrücklich minder wichtige Mängel nicht zu rügen.

Der Begriff der *Definition* wird erst am Ende des 6.Schuljahres eingeführt; im Unterricht kommen Definitionen natürlich schon viel früher vor. Die Behandlung geometrischer Definitionen in der Unterstufe ist mit einigen Schwierigkeiten verbunden. Das Wesen einer wissenschaftlichen Definition wird selbst von der reiferen Jugend nicht immer gut begriffen. Der Schüler sieht die Definition eines Objektes oft für dessen Beschreibung an, in die er alle ihm bekannten Merkmale dieses Objektes hineinschieben möchte; er hat noch kein Verständnis dafür, dass manche Eigenschaften aus den anderen folgen. Es kommt auch umgekehrt vor, dass eine unvollständige Definition ausgesprochen wird (paralle Geraden sind solche, die sich nicht schneiden), oder dass der Schüler die Definition mit einem Lehrsatz verwechselt (der Umfangswinkel ist ein Winkel, der halb so gross ist wie der Mittelpunktswinkel). Fehler dieser Art lassen sich verhältnismässig leicht besprechen und korrigieren. Die Erfahrung lehrt übrigens, dass beim fortschreitenden Unterricht überladene Definitionen seltener von den Schülern gegeben werden. Schlimmer steht die Sache mit Scheindefinitionen (die Tangente ist eine Gerade, die den Kreis berührt). Da dem Schüler der axiomatische Aufbau noch eine ganz fremde Sache ist, weiss er nicht, welche Ausdrücke in der Definition „gestattet" sind. Es wird dem Lehrer nicht empfohlen, sich in solchen Fällen in längere Erörterungen, wie eine korrekte Definition beschaffen sein soll, einzulassen. Auf dieser Stufe ist es zweckmässiger die richtige Definition einfach dem Schüler einzuprägen. Der Weg zum Verständnis führt eben hier durch das Gedächtnis.

Auf der Unterstufe beschränkt man sich auf eine geringe Anzahl von Definitionen, die von den Schülern eingelernt werden sollen. Man verzichtet auf Definitionen sehr einfacher Begriffe, die man lieber als primitive betrachtet und in anschaulicher Weise verständlich macht.

Es sei noch erwähnt, dass im Allgemeinen *genetische Definitionen*, welche die Entstehungsweise eines geometrischen Gebildes oder auszuführender Operationen beschreiben, im Unterricht vorteilhaft

sind. Gute Beispiele dafür sind die schon besprochenen Definitionen der Grundbegriffe: kongruente Figuren, ähnliche Figuren, das Mass einer Strecke.

Wir besprechen noch kurz das *logische Schliessen* und insbesondere *das Beweisen von Sätzen* im geometrischen Unterricht der Unterstufe.

Es ist zunächst zu bemerken, dass 12-jährige Kinder durchaus zu korrektem logischen Folgern befähigt sind, wenn sich dieses auf konkrete, greifbare Dinge bezieht, wogegen ihnen die nämlichen logischen Operationen Schwierigkeiten bereiten, wenn sie auf abstrakte Begriffe anzuwenden sind [3]).

Da ist es eben die Aufgabe des Unterrichtes, bei den Schülern allmählich das formale Denken auszubilden. Das systematische Beweisen von Sätzen, wie sie sukzessiv auseinander folgen, wäre noch verfrüht. Dagegen sollen logische Begründungen jedesmal dann herangezogen werden, wenn sie wirklich dazu dienen, die Schüler von einer Wahrheit zu überzeugen. Gelegenheit dazu in der VI.Klasse bieten meist verschiedene Konstruktionsaufgaben.

Nehmen wir z.B. an, dass die Schüler die Eigenschaft der Mittelsenkrechten einer Strecke schon kennen, nicht aber die Methode der geometrischen Örter, und dass ein Kreis durch 3 gegebene Punkte gezeichnet werden soll. Der Schüler versucht den Mittelpunkt durch Probieren zu finden, was nicht gut gelingen will. Man schlägt ihm nun vor, zunächst nur 2 Punkte zu betrachten; dadurch wird die Anwendung des bekannten Satzes nahegelegt, und er kommt leicht zur richtigen Lösung mit deren logischer Begründung, wobei sich gleichzeitig auch der Beweis des Satzes von den 3 Mittelsenkrechten im Dreieck ergibt.

Es wird den Lehrern empfohlen, in der VI.Klasse nur ein paar Sätze zu beweisen, darunter aber jedenfalls den Satz von der Winkelsumme im Dreieck, der gegen das Ende des Schuljahres behandelt wird. Die Schüler empfinden hier zunächst kein Bedürfnis nach einem Beweise, und greifen zu einer experimentellen Prüfung. Wenn man ihnen aber die Unzulänglichkeit der Experimente klar macht und dann den einfachen euklidischen Beweis vorbringt, wird ihnen an diesem Beispiele die überzeugende Kraft der mathematischen Schlussweise gut vor Augen geführt.

In der VII.Klasse wird bei planimetrischen Sätzen etwas mehr Nachdruck auf Beweise gelegt; es werden einige Beweise genauer analysiert und Gründe für die einzelnen Schlüsse besprochen.

---

[3]) Vgl. P. Sengenhorst, Der Geometrieunterricht auf der Unterstufe der Höheren Schulen, 1955, Heft 1, S.12.

Schlusswort

Es ist im vorstehenden Bericht versucht worden, die Hauptmerkmale des geometrischen Unterrichtes in den polnischen Grundschulen darzustellen. Die Einführung der Unterstufe, die ganz entgegen langjährigen Traditionen geschah, muss als ein pädagogisches Experiment betrachtet werden, dessen Beurteilung noch bevorsteht. Das bestehende System hat viele Gegner, die eine Änderung der Programme befürworten. Es wird u.a. vorgeschlagen, die Propädeutik noch im 6.Schuljahr fortzusetzen und von der VII.Klasse an einen deduktiven, eventuell euklidischen Lehrgang einzuführen. Voraussichtlich werden diese Fragen in nächster Zeit einer Diskussion unterworfen.

BOEKBESPREKING

Friedrich A. Willers, *Methoden der Praktischen Analysis*. Göschens Lehrbücherei Band 12, W. de Gruyter & Co. dritte Auflage 1957, 429 pag. Prijs DM 28.—.

De waardering voor numeriek werk is door alle tijden heen bij verschillende wiskundigen en niet-wiskundigen van uiteenlopende aard geweest. In onze tijd is nog bij een groot deel van deniet-mathematici de overtuiging aanwezig dat wiskunde niets anders dan cijferen is. En bij sommige mathematici leeft juist de overtuiging dat cijferen nooit iets met wiskunde te maken kan hebben. Ook hierbij zal de waarheid haar plaats in het midden wel ergens zoeken. Het boek dat voor mij ligt wil een overzicht geven van de numerieke behandeling van verschillende wiskundige problemen, geïllustreerd aan vele voorbeelden uit techniek en natuurkunde.

Wanneer U zoudt denken dat numeriek werk voortaan alleen door electronische rekenapparaten zal gebeuren, zal de lectuur van dit werk U voor een geheel andere kant van de numerieke analyse de ogen kunnen openen. Het boek van Willers behandelt de klassieke problemen uit de numerieke wiskunde.

Verschillende mechanische hulpmiddelen worden besproken. We noemen hiervan de rekenlineaal, de (gewone) tafelrekenmachine, de planimeter en de integrator en de harmonische analysator (Mader-Ott). De eerste hoofdstukken behandelen de interpolatieproblemen, de methoden van numerieke integratie en differentiatie. In Hoofdstuk 4 is dan het, aan ieder die wiskunde toe wil passen, bekende probleem aan de orde om door een gegeven aantal punten een „geschikte" kromme te trekken. Het vijfde hoofdstuk behandelt de oplossing van algebraïsche vergelijkingen, o.a. met iteratie processen. Het laatste hoofdstuk tenslotte bespreekt de practische oplossingsmethoden voor de differentiaalvergelijkingen.

Dit boek maakt een verzorgde indruk, het bevat op overzichtelijke wijze samengesteld een groot aantal nuttige gegevens. De vele toepassingen en voorbeelden uit de techniek zijn instructief.

F. van der Blij

HET ONDERWIJS IN DE WISKUNDE AAN DE TECHNISCHE HOGESCHOOL TE DELFT

Voordracht gehouden op de Jaarvergadering van het Wiskundig Genootschap op 26 april 1958

door

Prof. Dr. R. TIMMAN

1. DE PLAATS VAN HET WISKUNDE ONDERWIJS IN HET GEHEEL DER TECHNISCHE HOGESCHOOL.

Het onderwijs in de wiskunde aan de Technische Hogeschool te Delft wordt gegeven door de onder-afdeling der wiskunde, die zelf deel uitmaakt van de afdeling der Algemene Wetenschappen, waarin tevens een deel der hoogleraren in de Natuurkunde, alsmede hoogleraren in Economie en Recht zitting hebben.

De taak van de sub-afdeling wiskunde is het geven van het wiskunde onderwijs aan alle studenten van de Technische Hogeschool in die mate, waarin dit noodzakelijk is voor hun studie. In klimmende volgorde zijn dit de studenten in de

1) Bouwkunde
2) Scheikunde
3) Mijnbouwkunde
4) Werktuigbouwkunde (5 jarige opleiding)
5) Weg- en Waterbouwkunde
6) Scheepsbouwkunde
7) Vliegtuigbouwkunde
8) Geodesie
9) Electrotechniek
10) Natuurkunde
11) Vliegtuigbouwkunde (mathematische richting)
12) Werktuigbouwkunde (6 jarige opleiding)
13) Toegepaste Wiskunde.

Voor de groepen 1 t/m 6 omvat het programma vrijwel uitsluitend de propaedeutische wiskunde vakken, de groepen 1) 2) en 3) krijgen de z.g. „kleine cursus", alle overige groepen de „grote cursus". Het programma wordt in nauw overleg met de betrokken afdeling vastgesteld, het is van afdeling tot afdeling verschillend. Bij dit

propaedeutisch onderwijs is van een sterke binding met de techniek nog geen sprake; het omvat de beginselen der analyse, waarbij zeer sterk de nadruk valt op het hanteren van de methoden der analyse bij het maken van vraagstukken en de lineaire algebra. Hierbij worden ook toepassingen op de analytische meetkunde behandeld. Bij deze propaedeuse is de taak van de instructeur essentiëel; door de grondige behandeling van de stof, die bij de instructie mogelijk is, wordt de studenten een goede vaardigheid en een goed begrip bijgebracht.

De hier gegeven propaedeutische wiskunde kennis is voor de grote categorie van ingenieurs, die hun werkkring vinden op organisatorisch en uitvoerend constructief terrein, voldoende.

Geheel anders is het gesteld met de groepen 8 t/m 13. Hierbij speelt na het propaedeutisch examen de wiskunde een rol voor die studierichtingen, die tot doel hebben een werkkring bij het technisch-wetenschappelijk onderzoek. Hierbij zijn in elke afdeling weer verschillende gradaties mogelijk.

De groepen 8 t/m 12 hebben tot doel een opleiding tot een speciale tak van technisch-wetenschappelijk onderzoek, hetzij experimenteel, in welk geval de wiskunde een minder grote rol speelt, hetzij theoretisch.

In het laatste geval is er in feite slechts een gering verschil met de laatste groep van studenten, die studeren voor wiskundig ingenieur.

2. Algemene gezichtspunten bij de studie voor wiskundig ingenieur.

Het doel van de opleiding kan als volgt worden omschreven. Het opleiden van academici, die in staat zijn om bij het technisch wetenschappelijk onderzoek daartoe geëigende problemen met behulp van mathematische methoden (mede) tot oplossing te brengen.

De eisen, die dientengevolge aan de wiskundig ingenieur gesteld worden zijn

1) Een kennis op behoorlijk niveau van de belangrijkste gebieden der wiskunde, die veel toepassingen vinden. Het zwaartepunt valt daarbij uiteraard op de analyse.
2) Een degelijke kennis van verschillende numerieke methoden en een vaardigheid in het hanteren van deze methoden voor concrete problemen.

   Naast deze vakkennis, die hem tot wiskundige stempelt, is echter *onontbeerlijk.*

3) Een goed begrip van de denk- en handelwijze van de techniek en het vermogen zich snel in te leven in de probleemstelling, die in concrete gevallen in de techniek optreedt. Hiervoor is een kennis van de grondslagen van de techniek noodzakelijk.

Uitgaande van deze gezichtspunten is het programma 1½ jaar geleden voorlopig opgesteld. Het heeft onlangs een meer definitieve vorm gekregen. Getracht is een compromis te verkrijgen tussen het adjectief „wiskundig" en het substantief „ingenieur", die in de benaming van het diploma vermeld zijn.

In hoeverre dit compromis inderdaad doeltreffend is, zal de toekomst moeten leren. Hierbij hangt uiteraard, zoals bij elke studie, veel af van de individuele geaardheid van de afgestudeerden.

Het resultaat kan variëren tussen een „hybridische figuur, die te weinig begrip van wiskunde heeft om ooit iets op dit gebied te betekenen en te weinig practisch inzicht om ooit tot een resultaat in een concreet geval te komen" en
„een figuur, die in de practijk goed bruikbare resultaten aflevert en die ook nog in staat is om deze mathematisch volkomen doordacht en streng te formuleren". Het zal zelfs wel niet alleen van de beschouwde, maar ook van de beschouwende persoon afhangen, welke kenschetsing gekozen zal worden. Ook de mengvormen zullen zeker niet ontbreken. Bij de moeilijkheid, die „het grote compromis" stelt, komt nog een andere. Zoals voor vrijwel alle studies aan de Technische Hogeschool in Delft mag de nominale studieduur niet langer zijn dan 5 jaar. Weliswaar is in de practijk 6 jaar wel een minimum, maar desondanks stelt deze beperking zeer zware eisen aan een programma. Daarbij komt nog, dat speciaal het bestuderen van een onderdeel van de wiskunde een zekere „rijpingstijd" vergt, zonder welke het eenvoudig niet mogelijk is, dat een student het onderwerp werkelijk beheerst. Dit blijkt wel heel duidelijk uit het feit, dat de meeste „gewone" Delftse studenten één of twee jaar na hun propaedeutisch examen het geleerde volledig vergeten zijn, indien zij het bij hun verdere technische opleiding niet gebruikt hebben.

Een andere merkwaardigheid van deze nieuwe studierichting is naast zijn gespecialiseerdheid, die ongunstig afsteekt tegen de meeste andere ingenieurs-studies, zijn veelzijdigheid.

Terwijl bij de studie voor werktuigbouwkundig of vliegtuigbouwkundig ingenieur ervan wordt uitgegaan, dat de afgeleverde ingenieur in principe bruikbaar moet zijn voor alle ingenieurs functies, die in de betrokken bedrijfstak optreden, zijn voor de wiskundige ingenieur vele constructieve of bedrijfs-functies, afgesneden.

Zijn veelzijdigheid komt echter hier weer aan tegemoet, immers de wiskunde is in haar toepassingen niet gebonden aan een bepaalde tak van techniek zodat verwacht kan worden, dat de wiskundig ingenieur in totaal verschillende bedrijfstakken zijn werkkring zal kunnen vinden.

Deze veelzijdigheid heeft een merkwaardige consequentie.

Bij de inrichting van de studie wordt begonnen met een propaedeutisch examen, gevolgd door een kandidaats-examen. De studie wordt afgesloten met een ingenieurs-examen.

Er is, met het oog op de veelzijdigheid van de technische vakken, van afgezien om een uniform propaedeutisch examen in te stellen. Daar, ondanks de grote verscheidenheid, de propaedeuse met de z.g. „grote wiskunde" wel ongeveer hetzelfde niveau vertoont, is besloten, ieder die een propaedeutisch examen in de groepen 4 t/m 12 heeft afgelegd, toe te laten tot het kandidaats-examen voor wiskundig ingenieur.

Dit biedt tevens de mogelijkheid voor studenten, die na hun propaedeutisch examen blijken een uitgesproken theoretische belangstelling en aanleg te paren aan een ongeschiktheid voor de uitvoeringsvormen van de techniek hun studie in Delft voort te zetten. Aan beginnende eerste-jaars studenten, die niet een bepaald vakgebied gekozen hebben, wordt de propaedeutische studie in de natuurkunde of elektrotechniek aanbevolen, daar deze de meeste wiskunde eist. Alle andere studenten moeten, naast hun kandidaatsstudie aanvullende tentamens afleggen.

In het derde jaar begint de eigenlijke studie, waarbij de drie hoofdpunten in de opzet gelijkelijk vertegenwoordigd zijn in colleges en practica.

De technische vakken moeten, onder goedkeuring van de subafdeling gekozen worden uit de derde-jaars vakken van de afdeling, waar het propaedeutisch examen werd afgelegd.

Hierbij is uitgegaan van de gedachte, dat de denk- en handelwijze van de techniek beter geleerd kan worden door een studie van één tak van techniek, die, in verband met de geringe beschikbare tijd, toch niet veelzijdig kan zijn dan door die tijd nog weer over uiteenlopende vakken te verdelen, waardoor de verkregen kennis wel zeer oppervlakkig wordt.

Op deze wijze is een zeer grote differentiatie in technische vakken mogelijk, 1½ jaar na het propaedeutisch examen volgt het kandidaats-examen. Hierna is, ook in de wiskunde een differentiatie mogelijk, die recht doet aan de ontwikkeling, die heden ten dage optreedt. Immers, in de bedrijven zien wij al lange tijd wiskundigen

aan het werk bij het „physisch-mechanisch" onderzoek, in de laatste jaren echter blijkt er voor de wiskundigen bij de bedrijfsorganisatie een nieuw arbeidsterrein te liggen. De wiskunde, die hier wordt gebruikt, heeft een geheel ander karakter, de klassieke analyse wordt verdrongen door de statistiek en de stochastiek, die overigens ook op de analyse is gebaseerd. Een vak als „operations research" is snel bezig zich een blijvende positie te verschaffen.

Dientengevolge is na het kandidaats-examen een splitsing in een „mathematisch-fysische" richting en een „mathematisch-organisatorische" richting mogelijk, die uiteraard ook in de technische keuzevakken tot uiting komt.

Na één jaar volgt het eerste gedeelte van het ingenieurs-examen. Hiermede is de basis-opleiding afgesloten. Voor het tweede gedeelte van het ingenieurs-examen wordt vereist het zelfstandig bewerken van een onderwerp onder leiding van een afstudeer-docent, alsmede een tentamen over een onderwerp, in overleg met deze docent te kiezen. In verband met de vraag naar wiskundige ingenieurs zal het in de eerstkomende jaren wel voorkomen, dat een student na het afleggen van het I 1-examen naar de industrie verdwijnt en afstudeert op een onderwerp, dat hij daar behandelt. Hoewel principiëel een dergelijke gedragslijn aanvechtbaar is, zal dit voor de ontwikkeling van de opleiding van groot nut kunnen zijn, daar eventuele gebreken direct bij het overleg tussen afstudeer-hoogleraar en industrie naar voren kunnen komen. Voorts wordt het contact met de praktijk in ieder geval gewaarborgd door van de student te eisen, dat hij ten minste drie maanden op een laboratorium van toegepast wetenschappelijk onderzoek doorbrengt.

3. De samenstelling van het programma.

Het wiskunde programma van het propaedeutisch examen N of E omvat de volgende colleges:

Analyse	4/4
Analytische meetkunde I	3/3
Analyse II	4/4
Analytische meetkunde II	1/1
Vector analyse	2/2

Deze colleges worden gesteund door instructies in het eerste jaar en oefeningen in het tweede jaar. Zoals reeds vermeld is, valt de nadruk minder op de strenge formulering van de grondslagen dan op het hanteren van de stof. In het college Vector-analyse wordt een inleiding gegeven in de mathematische methoden, die bij de for-

mulering van physische verschijnselen in continue media gebruikelijk zijn. Hierbij wordt tevens een inleiding tot de potentiaaltheorie gegeven. Het college analytische meetkunde omvat een inleiding tot de lineaire algebra en de kwadratische vormen.

Studenten, die bij het propaedeutisch examen niet geëxamineerd zijn in Vectoranalyse en Analytische meetkunde II, zoals dat voorkomt bij Weg- en Waterbouw of Werktuigbouw dienen een aanvullend tentamen af te leggen.

Ondanks het grote aantal uren college, dat aan analyse wordt besteed, vertoont de kennis van de strenge begrippen uit de analyse van de aankomende studenten in de wiskunde bij het begin van het derde jaar nog vele zwakke plekken. Dit vindt voor een deel zijn oorzaak in het feit, dat voor de „gewone" ingenieurs opleiding deze strenge formuleringen niet nodig zijn, zelfs niet voor de researchrichtingen, voor een ander deel, omdat men wel mag aannemen, dat het, behalve voor uitzonderlijk begaafden, steeds voor een eerstejaars student moeilijk is om deze begrippen goed te leren hanteren. Om deze redenen is besloten in het derde jaar een college grondslagen van de analyse te geven van drie uur per week, waarin de reële analyse van functies van één variabele opnieuw wordt gegeven met de nadruk op begrippen als gelijkmatige continuiteit, gelijkmatige convergentie van reeksen, de theorie van de reeksen van Fourier. Het integraal begrip wordt eveneens opnieuw ingevoerd. In het bijzonder voor de statisticus en, tenslotte ook voor de moderne mathematische fysica is een kennis van maattheorie en het integratie begrip van Lebesgue onontbeerlijk. Om deze reden worden integralen direct in deze zin besproken.

Naast deze theorie der reële functies wordt in een college van 2 uur de functie-theorie van complexe variabelen behandeld. Voor numerieke analyse worden de gebruikelijke methoden voor interpolatie, numerieke integratie en differentiaal-vergelijkingen in 2 uur voor de kerstvakantie behandeld, de numerieke behandeling van matrix problemen in 2 uur na de kerstvakantie.

Het is echter niet mogelijk numerieke analyse op een college te leren. De bijzonderheden die bij een practisch probleem optreden, eisen een ervaring in het hanteren van de methoden, die alleen op een practicum verkregen kan worden. Om deze reden wordt een practicum van 120 uur geëist, waarbij op elektrische tafelrekenmachines wordt gewerkt en reeds een eenvoudige programmeer oefening wordt opgediend.

De gewone differentiaalvergelijkingen worden op een afzonderlijk college behandeld, dat in het vierde jaar wordt voortgezet met een

aansluitende behandeling van de partiële differentiaal vergelijkingen van de eerste orde.

Een inleidend college waarschijnlijkheids-rekening sluit de wiskunde studie voor het kandidaats-examen af.

De technische vakken worden gerepresenteerd door een inleidend college elektronica met een zeer eenvoudig practicum, dat voor alle studenten verplicht is.

Voor de technische vakken is voorts 6 uur college verplicht. Zoals vermeld, zijn een aantal combinaties bij voorbaat toegelaten (zie programma). Zij zijn georiënteerd op de mechanica (A), elektriciteit (B), algemene natuurkunde (C), stromingsleer (D) of geodesie (E).

De colleges zijn allen bestaande colleges, die voor studenten in de technische afdelingen worden gegeven.

De studie voor het eerste gedeelte van het ingenieurs-examen is de voortzetting van het voorafgaande examen.

De analyse wordt hier vertegenwoordigd door gedeelten, die in de toepassingen veelvuldig optreden.

Laplace- en Fourier transformaties, die voor beide richtingen verplicht zijn.

Partiële differentiaal-vergelijkingen en bijzondere functies, die voor de mathematisch-fysische richting beide bestudeerd moeten worden. Het college partiële differentiaal-vergelijkingen bevat hoofdzakelijk de mathematische grondslagen voor de theorie der golfvoortplanting, zoals de vergelijking van Helmholtz als voorbeeld van de elliptische differentiaalvergelijking als de karakteristieke theorie voor hyperbolische vergelijkingen, waarbij de Hadamard-Riesz theorie voor divergente integralen een essentiëel onderdeel vormt. De studenten in de stochastische richtingen moeten één der twee colleges partiële differentiaal vergelijkingen of bijzondere functies kiezen. Alle studenten volgen een college over mathematische statistiek, dit wordt voor de stochastische richting aangevuld met stochastische processen en operations research, terwijl de „klassieke" richting een afzonderlijk college in de mathematische behandeling van de klassieke mechanica (vergel. van Lagrange, principe van Hamilton) volgen.

Beide richtingen worden op het gebied der numerieke analyse verder gevoerd door een college en een bijbehorend practicum. Aangezien het de bedoeling is, dat de student leert zelf een probleem te behandelen wordt vereist, dat de student een eenvoudig probleem zelf behandelt vanaf de probleemstelling tot de numerieke uit-

voering en tevens wordt de mogelijkheid geopend om door het behandelen van een probleem vrijstelling te krijgen van één der analyse tentamens. 6 uur technische vakken worden weer gekozen uit de vervolg-colleges van de in het derde jaar gevolgde vakken (zie overzicht).

Voor het afstuderen wordt, zoals reeds is vermeld, een zelfstandige behandeling van een onderwerp vereist, benevens één tentamen.

Naast deze verplichte colleges wordt nog voor het vijfde jaar een aantal keuze-colleges gegeven over speciale onderdelen van de wiskunde, die van jaar tot jaar wisselen. Onderwerpen, die hierbij ter sprake komen, zijn: Variatie rekening, integraalvergelijkingen, potentiaaltheorie, Hilbert ruimten, groepentheorie, tensoranalyse, niet-lineaire differentiaalvergelijkingen. Het is duidelijk, dat deze colleges, die een verdere uitbouw van de hier gegeven basisopleiding beogen, niet in een vroeger stadium gegeven kunnen worden. Zonder een verlenging van de studieduur is het echter niet mogelijk om ze in belangrijke mate in het programma in te voeren. De toekomstige ervaring zal wel leren, hoe dit probleem tot een oplossing komt.

4. NABESCHOUWING.

De bestaande generatie van studenten moet leren of dit programma uitvoerbaar is.

De aantallen studenten, die zich voor deze studie opgeven zijn zeer bevredigend.

Waren het 1e jaar 13 studenten ingeschreven, in de cursus 1957—1958 heeft dit aantal de 40 overschreden. Zij zijn afkomstig uit verschillende studierichtingen, enkele hebben reeds een ingenieurs-examen afgelegd en hebben dan uiteraard vrijstelling van hun technische vakken.

De vergelijking enerzijds met een universitaire wiskunde studie anderzijds met een studie in een technisch-wetenschappelijke richting dringt zich op.

Over de eerste kan een Delftse hoogleraar moeilijk oordelen; als men de classificatie van de wiskunde uit de „Mathematical Reviews" als leidraad neemt, kan men zeggen, dat in het algemeen tot nu toe aan de Universiteit de eerste twee derden van de Reviews worden beschouwd, terwijl in Delft de laatste twee derden ter sprake komen. Opvallend is het niet-aanwezig zijn van vakken als algebra en topologie, die vervangen zijn door numerieke analyse (met haar practica) en partiële differentiaalvergelijkingen en de grote variëteit

in theoretisch-technische vakken, zoals stromingsleer, mechanica, warmteleer e.d.

Het verschil met de theoretisch-gerichte opleidingen in de technische afdelingen, die hier niet in detail worden besproken, ligt voor het grootste deel in de uitbouw van de analyse. De meerdere tijd die dààr aan technische vakken wordt besteed, wordt hierdoor grotendeels gevuld. Belangrijker is het echter om op te merken, dat in de technisch-wetenschappelijke opleidingen de mogelijkheid tot experimenteel onderzoek sterk is vertegenwoordigd, die hier uiteraard zeer gering is.

De plaats van de wiskundig ingenieur in de maatschappij zal naast de laatste categorie zijn. De ontwikkeling van de moderne rekentechniek en de stochastiek geeft deze plaats duidelijk aan, het is echter ook belangrijk om haar niet te overschatten.

Onlangs is het voorgekomen, dat een enthousiaste propagandist voor moderne rekenmachines voorspelde, dat deze in een nabije toekomst kostbare meetapparatuur in een groot laboratorium overbodig zou maken. Het is echter niet aan te nemen, dat deze verwachting reëel is. Immers aan elke berekening ligt, evenals aan een meting een bepaalde schematisering ten grondslag. De natuur is veel te gecompliceerd om haar in details volledig te kunnen beschrijven, alleen door gecombineerd onderzoek gepaard gaande met een verstandige interpretatie kunnen resultaten worden verkregen. De hoop is gerechtvaardigd dat in dit geheel de wiskundigen mede een rol zullen spelen, de hoofdrol valt hun echter niet toe.

OVERZICHT

3e studiejaar.

Kernvakken.

a	28	anal. meetkunde II [1])	Loonstra	2/0	oef.
a	37	vectoranal. [1])	Timman	2/2	
a	9	grondsl. analyse	Loonstra	3/3	
a	15	numerieke analyse A	Kosten	2/0	120 uur
		B		0/2	
a	50	functietheorie	v. Veen	2/2	
a	48	waarschijnlijkh. rek.	Hemelrijk	1/1	
l	83	alg. elektronica	Huydts	0/2	0/5 midd.
a	41	A inl. different. vgl.	Loonstra	0/2	50 uur
				8/12	

[1]) Indien niet bij het propaedeutisch examen gedaan, dient hierover tentamen te worden afgelegd voor december in het derde studiejaar.

Keuzevakken.

6 uur technische vakken uit de afdeling waar het prop.examen werd afgelegd.

Toegelaten combinaties zijn:

	b 2	theor. mechanica	Bottema	3/1	
	b 38	elasticiteitstheorie	Biezeno	1/2	
A		grafostatica			4
	b 50	techn. stromingsleer	v. d. Putte	2/1	
	i 86	techn. warmte overdr.	Blok	0/2	
	l 2	wisselstroomth. II	Schouten	2/0	
B	c 20	theor. natuurk. I	Kronig	2/2	
	l 20	netwerk-analyse	Bähler	0/2	
	l 18	transmissie	Schouten	0/2	
	c 20	theor. natuurk. I	Kronig	2/2	
C	c 32	fys. transp. versch.	Kramers	2/1	
	c 34	metingen	Verhagen	4/0	
	c 20	theor. natuurkunde I	Kronig	2/2	
D	b 53	el. stromingsleer	Broer	0/2	
	ka 15	toeg. aerodyn. I	Dobbinga	2/2	
	c 21	theor. natuurkunde I	Kronig	2/2	
	b 38	elast. theorie	Biezeno	1/2	
E	s 22	waarn. rek. v.c.	Baarda	2/0	
	s 28	geod. berekeningen	Bruins	0/2	
	s 14	puntsbepaling	Baarda	0/2	

Andere combinaties kunnen onder goedkeuring van de afdeling worden gekozen.

4e studiejaar.

Kernvakken.

Mathematisch-fysische richting.

				Oef.
a 41	A inl. diff. vgl.	Loonstra	1/0	50 uur
a 41	B part. diff. vgl.	Timman	1/2	
a 42	bijzondere functies	v. Veen	2/2	
a 44	num. anal. C	Kosten	1/1	120 uur
a 49	Laplace-Fourier trsf.	Cohen	2/2	
a 51	mathem. statistiek	Hemelrijk	2/2	
b 3	theor. mechanica b.o.	Bottema	1/1	
			10/10	

Kernvakken.

Mathematisch-organisatorische richting.

a 44	num. anal. C	Kosten	1/1	120 uur
a 49	Laplace-Fourier trsf.	Cohen	2/2	
a 51	mathem. statistiek	Hemelrijk	2/2	
a 53	stochastische proc.	Cohen	2/2	
a 57	operations research	Kosten	2/0 0/2	
			9/9	

Verplichte keuzevakken. een der vakken:

a 41	part. diff. vgl.	Timman	1/2
a 42	bijzondere functies	v. Veen	2/2

Keuzevakken.

6 uur keuzevakken moeten onder goedkeuring der sub-afdeling worden gekozen uit de volgende lijst:

a 40	maattheorie	Kuipers [1]	2/2
a 56	tensoranalyse	Timman	2/2
a 39	potentiaaltheorie	Meulenbeld	2/2
c 21	theor. natuurkunde II	Kronig	2/2
b 39	arbeidstheorema's	Biezeno	1/0
i 3	smering en slijtage (werkt.ond.III)	Blok	2/0
i 21	regeltechniek	Boiten	0/2
i 72	mech. vraagst. machines	v. Eldik Thieme	2/1
b 54	theor. stromingsleer v.c.	Broer	2/2
b 56	techn. stromingsleer v.c.	Hinze	2/2
l 5	E.M. veld II	Schouten	1/1
l 81	electronica II	Breedveld	2/0
l 6	E.M. veld III	Schouten	2/0
l 7	E.M. veld b.o.	Schouten	0/2
l 22	netwerktheorie	Tellegen	2/0
l 24	regeltheorie	Tellegen	0/2
l 75	schakeltechniek	Oberman	2/0
l 76	schakeltechniek II	Oberman	0/2
l 78	informatietheorie	v. Soest	0/2
l 84	ruis	v. Soest	2/0
bb 4	organisatietechnieken	Volbeda	2/0
bb 2/3	bedrijfseconomie	Kruizinga	2/0-0/2
d 16	stat. thermodynamica	Korvezee	0/2
c 32	fys. transp. versch.	Kramers	2/1
c 29	materialen I	Druyvesteyn	2/0
c 30	materialen II	Druyvesteyn	2/0
b 55	stromingsfysica b.o.	Broer	1/1
b 59	gasdynamica	Broer	2/2
b 60	stromingsleer b.o.	Hinze	2/2
c 22	mod. theor. natuurkunde	Kronig	0/2
c 24	röntgenstralen	Prins	0/2
c 26	exp. kernfysica	Wapstra	0/2
c 27	reactorkunde	Went	1/1
c 31	techn. thermo	Westerdijk	2/0
c 33	technische optica	v. Heel	0/2
c 37	akoestiek	C. W. Kosten	2/0
c 38	vacuumtechniek	Le Poole	0/2
c 40	elektronenoptiek	Le Poole	0/2
c 41	automatiseren	Verhagen	0/2
c 44	lage temperaturen b.o.	Blaisse	0/2

[1]) Verplicht voor diegenen, die a 57 kiezen.

c 50	fysische tech. b.o.	Kramers	0/2
s 15	puntsbepaling v.c.	Baarda	2/0
s 25	fysische geodesie		2/2
s 31	kaartprojecties	Bruins	2/0
k 11	scheepsweerstand	v. Lammeren	1/1
k 12	voortstuwing van schepen	v. Lammeren	1/1
ka 1	vliegmechanica	v. d. Maas	2/2
ka 2	vliegeigenschappen I	v. d. Maas	3/0
ka 3	vliegeigenschappen II	v. d. Maas	0/2
ka 13	voortstuwing en prest.	Wittenberg	2/0
ka 17	inl. sup. aero.	Wittenberg	0/1
ka 23	belastingen en trillingen van vliegtuigen	v. d. Neut	2/1
ka 25	sterkteber. en vliegt. II	v. d. Neut	1/1
ka 30	flutterberekening	v. d. Vooren	1/1
ka 31	instat. luchtkrachten	v. d. Vooren	1/1

Andere vakken kunnen na toestemming van de sub-afdeling worden toegevoegd.

KALENDER

TWAALFDE AMSTERDAMSE UNIVERSITEITSDAG

Wij vestigen de aandacht op de 12de Amsterdamse Universiteitsdag, welke op zaterdag 18 oktober 1958 wordt gehouden. Naast een algemeen college van Prof. Dr. H. Brugmans te Brugge over „Wetenschappelijke perspectieven in de Europese en Atlantische samenwerking" vermeldt het programma voor de wis- en natuurkundige faculteit o.m. colleges van Prof. Dr. E. J. Slijper (De geboorte bij zoogdieren), Prof. Dr. S. A. Wouthuysen (Spiegelsymmetrie en elementaire deeltjes) en Dr. S. C. Bokhorst (Het conflict tussen het theoretisch juiste en het didactisch mogelijke bij het onderwijs in natuurwetenschappen).

Voor nadere inlichtingen: Mr. A. E. Prakken-Bukers, Minervalaan 73-III, Amsterdam-Z.

INTERNATIONALE SCHOOL VOOR WIJSBEGEERTE TE AMERSFOORT

Op zaterdag 8 en zondag 9 november 1958 voordrachten van Dr. H. Groot (Het probleem der materie) en Prof. Dr. E. W. Beth (Moderne logica). Nadere inlichtingen bij de school: Dodeweg 8, Amersfoort, tel. 03490-5020.

NOTULEN VAN DE LEDENVERGADERING VAN L.I.W.E.N.A.G.E.L.

op donderdag 28 *augustus* 1958 *in het Eykmanhuis te Driebergen.*

Om 14.30 uur opende Dr. Schuyl de vergadering en heette in het bijzonder welkom de heren De Jong (Wimecos), Dr. Burger (Velines), Dr. Van der Steen (Velebi), Jacobs (Wiskunde-werkgroep van de W.V.O.), Lenstra (Red. secr. van Euclides), Dr. Schrek (erelid), Roodenburg en Koning (bestuur Genootschap).

De notulen van de vorige ledenvergadering werden ongewijzigd goedgekeurd.

Vervolgens kreeg de heer Vernout het woord voor het houden van zijn lezing over „Goniometrie". Voor de inhoud van deze lezing wordt verwezen naar Euclides van 1 sept. 1958, 34e jaargang, no. I, blz. 28.

Na de discussie, waaraan werd deelgenomen door de heren Dr. Van Haselen, Leujes, Jacobs, Dr. Dekker en Dornseiffen, dankte de voorzitter de spreker voor zijn interessante lezing, die ook voor de niet-wiskundigen belangwekkend was.

Daarna was een korte theepauze en gelaafd ging men luisteren naar de tweede spreker, Dr. Van Haselen, die de opgaven voor de wiskunde op het eindexamen gymnasium-B 1958 besprak. De hoeveelheid opgegeven werk vond spreker voor alle vakken te groot. Maar overigens waren de algebra- en meetkunde-opgaven volgens hem heel goed. Het werk voor trigonometrie en analytische meetkunde was daarentegen slecht. Het is jammer, aldus spreker, dat zulke trigonometrie-vraagstukken nog worden opgegeven; ze vereisen geen inzicht; de oplossing berust op een kunstje. Het grote bezwaar van het eerste analytische-meetkundevraagstuk was, dat het tweede deel niet gemaakt kon worden, als het eerste deel was mislukt. Van het tweede analytische-meetkundevraagstuk was het eerste deel nog wel acceptabel; het tweede en derde deel vielen buiten de examenstof. Van de algebra was alleen vraag 3d moeilijk; maar dat vond spreker geen bezwaar, omdat het de laatste vraag was. De opgaven voor stereometrie waren zeer geslaagd, vooral als men, zoals spreker, ruimte-inzicht op de voorgrond plaatst. Het puzzelelement ontbrak. Spreker besloot met een bloemlezing uit krantenartikelen, die in de examentijd waren gepubliceerd en die betrekking hadden op de wiskunde-opgaven. Zijn eindconclusie was, dat de meeste krantenschrijvers nog al hadden overdreven, maar dat wel een bron van moeilijkheden gelegen is in het feit, dat de docenten zich tegenwoordig op twee programma's moeten instellen: het oude, nog vigerende, en het nieuwe Wimecos-programma, waarvan de invloed ook in eindexamenopgaven merkbaar is. Hiermee zou men meer rekening moeten houden.

Aan de discussie namen deel de heren Dr. Dekker, Westerhof, Slotboom, Jacobs, Leujes, Dornseiffen en Van Wely.

Nadat de voorzitter Dr. Van Haselen hartelijk had bedankt voor zijn gedegen bespreking en de gasten van de rondvraag gebruik gemaakt hadden om hun dank te betuigen voor de ontvangen uitnodiging, werd de vergadering besloten.

De secretaris,
D. Leujes.

BOEKBESPREKING

Dr. Joh. H. Wansink, *Algebra voor V.H.O. en M.O.* Deel III. J. B. Wolters, Groningen, 1958. Ing. *f* 5,75; geb. *f* 6,50.

Voor de bespreking van dit werk kan ik gedeeltelijk verwijzen naar de beoordelingen van deel I en II, resp. in Euclides 32, pag. 348, en Euclides 33, pag. 210.

Ook de leerstof in dit derde deel is aangepast aan het ontwerp-programma van Wimecos, al moesten ook, ter wille van het onderwijs in de overgangstijd, enige onderwerpen — zoals logaritmische en exponentiële vergelijkingen — uitvoeriger behandeld worden dan het ontwerp-programma vereist. In dit deel wordt een uitvoerige behandeling gegeven van het functiebegrip in het algemeen en van vele bijzondere functies met hun grafieken. Bij de grafieken wordt nu ook de Y-as ingevoerd. Hierbij komen ook de goniometrische functies uitvoerig ter sprake. De behandeling voldoet aan hoge eisen.

Een groot deel van het werk wordt verder ingenomen door een behandeling van de differentiaal- en integraalrekening, waarbij allerlei problemen uit de meetkunde, de mechanica en de natuurkunde als voorbeeld of toepassing ter sprake komen. Jammer is hierbij dat in de §§ 54 en 78 resp. als eenheden van snelheid en van versnelling niet de eenheden van het practische eenhedenstelsel zijn gebezigd.

Ik meen dat nu het uitdrukkelijk in beschouwing nemen van allerlei toepassingsgebieden van de diff.- en integraalrekening wel aanbeveling verdient. Is in de toekomst deze bij het onderwijs in de meetkunde, mechanica en natuurkunde geheel ingeburgerd, dan zou met een simpele verwijzing naar de betreffende leerboeken kunnen worden volstaan. Mogelijk dat nu deze uitvoerige behandeling in het algebraboek het gebruik van de diff.- en integraalrekening bij die andere vakken zal stimuleren.

Persoonlijk vind ik het jammer dat de complexe getallen geheel buiten het boek gebleven zijn.

Al is het waar dat de al- of niet-geschiktheid van een leerboek pas goed blijkt bij gebruik in de klas, toch meen ik reeds nu te kunnen zeggen dat we een goed, met zorg geschreven leerboek zijn rijker geworden.

J. F. Hufferman

De aansluiting van het rekenonderwijs op de lagere school tot het wiskundeonderwijs op de middelbare school. Publicatie uit de Wiskunde-werkgroep van de Werkgemeenschap voor Vernieuwing van Opvoeding en Onderwijs, nummer 7; 39 blz., ing., *f* 2,40; 1958; J. Muusses, Purmerend.

Deze publicatie bevat de voordrachten gehouden op het tiende conferentieweekeinde van de Wiskunde-werkgroep op 19—20 oktober 1957 te Amersfoort, te weten:

a. Van rekenen naar algebra, door W. J. Brandenburg;

b. Het rekenonderwijs in de hogere leerjaren der lagere school, door Chr. Boermeester;

c. Ontwikkelingspsychologische aspecten van het rekenonderwijs, door J. Jonges;

d. De wortels van de minder gewenste habitus van de leerlingen in de lagere klassen van het middelbaar onderwijs en de mogelijkheden tot verbetering hiervan, door dr. P. M. van Hiele.

Brandenburg geeft aan welke psychologieën invloed hebben gehad op ons

algebra-onderwijs en onderzoekt welke aanpak van de algebra hem het best verantwoord lijkt.

Hij ziet drie wegen:

a. het gebruiken van ingeklede vergelijkingen, als intuïtieve inleiding tot de algebra;

b. directe algebraïsche abstractie uit concrete situaties, i.h.b. met oppervlakte- en inhoudsberekeningen;

c. generalisatie van cijfersommen door gebruik van letters.

De eerste weg heeft de spreker weer verlaten, omdat er in de concrete kinderlijke situatie zo weinig omstandigheden blijken te zijn die tot het opstellen van vergelijkingen kunnen leiden. En bij die welke er zijn, treden de op de lagere school aangeleerde oplossingsmethoden als remmende factor op. De derde weg is door de auteur niet bewandeld. Hij somt de motieven op die hem de tweede weg doen prefereren.

De gedegen studie van Boermeester, die ongeveer de halve brochure in beslag neemt, analyseert Bartjens Cijfferinge, de doeleinden van ons rekenonderwijs en de middelen om ze te bereiken, het toelatingsexamen, de categorieën opgaven die op de lagere school wel èn de opgaven die er niet op thuis behoren. Ten slotte de gangbare didactische fouten in ons rekenonderwijs.

Jonges komt in een breed opgezet betoog tot enige eisen t.a.v. de didactiek van het rekenen. Hij postuleert goed taalonderwijs als onmisbare voorwaarde voor het rekenonderwijs. Als taak van de school ziet hij dat de kinderen in de getallenwereld worden binnengeleid om deze te exploreren. Vaak wordt er veel te vroeg begonnen met zgn. „practische vraagstukjes", die helemaal niet praktisch zijn, maar die juist de eigenlijke getallenwereld versluieren.

Van Hiele beschouwt het gangbare leren van zoveel mogelijk oplossingsmethoden als verkwisting van denkarbeid. Het gaat om het doorzien van de eigen struktuur van de oplosmethoden. Van Hiele is van oordeel dat dit argument zal moeten leiden tot een grondige herziening van het algebra-onderwijs.

De onjuiste habitus onzer leerlingen is te wijten aan de omstandigheid dat de onderwijzer niet op de hoogte is van de denkniveaus van de Van Hiele's en door de omstandigheid dat er een druk op ons onderwijs wordt uitgeoefend om toch vooral tot examineerbare kennis te komen. Maar wat is examineerbaar? Niet de controle of een bepaald niveau (in de zin van de Van Hiele's) bereikt is. Examentraining kan er steeds voor zorgen, dat algoritmen worden aangeleerd die het mogelijk maken om aan exameneisen formeel te voldoen op een te laag denkniveau.

Van Hiele licht zijn standpunt uitvoerig toe t.a.v. het onderwijs in de breuken op de lagere school en dat in de algebra op de middelbare school. Hij streeft naar een drastische beperking van de examens, die naar zijn mening niet langer een maatstaf mogen zijn voor het al of niet slagen van het onderwijs.

We wensen de publicatie in veler handen.

Dr. T. A. Springer, *Over de Ontwikkeling van de Algebra.* Oratie Rijksuniversiteit Utrecht, 17 maart 1958, 15 blz., *f* 1,50; J. B. Wolters, Groningen.

Spr. laat uitkomen, dat over de zuivere moderne wiskunde bij niet-wiskundigen zo goed als niets bekend is en hij schrijft dit toe aan de overheersende rol van de wiskundige techniek, d.w.z. van de wiskundige werkmethoden. Deze maken nl. een populair verklaren van de meeste wiskundige resultaten vrijwel onmogelijk. Hij spreekt voorts over de ontwikkeling van de algebra, die tot in de 19e eeuw zich voornamelijk bezig hield met het oplossen van vergelijkingen. Voorts schetst

hij voor de 19e en de 20e eeuw twee tendenzen: een ontwikkeling in abstracte richting (groepentheorie, ideaaltheorie, invariantentheorie, abstracte analyse) en de wisselwerking met andere delen van de wiskunde (algebraïsche meetkunde, topologie). Met Hilbert is spr. van mening dat, ondanks de voortschrijdende differentiatie, de wiskunde een ondeelbaar geheel is, een organisme, waarvan de levenskracht afhankelijk is van de samenhang der delen.

Dr. J. J. Seidel, *Wiskunde en technisch onderwijs*. Oratie T. H. Eindhoven, 25 februari 1958, 18 blz., ƒ 1,50; J. B. Wolters, Groningen.

Prof. Seidel begint met een historische beschouwing. Hij bespreekt de betekenis van Ludolf van Ceulen, de eerste die in ons land opdracht kreeg om in het Nederlands o.a. het landmeten te doceren (1600) aan de Leidse Universiteit. Dit betekent het begin van de ingenieursopleiding in ons land. Dan schetst hij de betekenis van Lobatto als methodicus der wiskunde voor de ingenieursopleiding in de 19e eeuw. De wiskundige opleiding der technici werd gevormd naar het model van de universitaire opleiding. Als typische ingenieursaangelegenheid werd lange tijd de beschrijvende meetkunde beschouwd, een vak dat zich in zijn volle omvang nog lang wist te handhaven, ook nadat zijn eigenlijke functie, het combineren van actuele zuivere wetenschap en practisch bruikbare benaderingsmethode, was verdwenen. Dan staat spr. stil bij de wederzijdse beïnvloeding van wiskunde en fysica.

Uitvoerig gaat hij in op de ontwikkeling na de tweede wereldoorlog, een periode van toenemende mathematisering der wetenschappen. Er valt een verbreding van de contacten met de andere wetenschappen ook buiten de fysica te constateren. De rol die het Mathematisch Centrum vervult als research- en service-instituut, wordt geschetst, de speciale leerstoelen voor toegepaste wiskunde aan de universiteiten worden genoemd, op de mogelijkheid een diploma te verwerven van wiskundig ingenieur wordt gewezen.

Spr. ziet de vraag onder ogen wat de taak van het middelbaar onderwijs is ten aanzien van het probleem, hoe de functie van de wiskunde in de hedendaagse maatschappij het best tot zijn recht kan komen. Hij spreekt in dit verband zijn waardering uit ten aanzien van het Wimecos-rapport 1954, waarvan hij betreurt dat de officiële invoering zo lang op zich laat wachten. Het nieuwe programma zal, zij het in bescheiden mate, de kennismaking met de rol van de wiskunde in de hedendaagse maatschappij kunnen vervroegen.

Aan ieder die belang stelt in de problemen die samenhangen met de plaats van de wiskunde in het technisch onderwijs, wordt deze oratie ter lezing aanbevolen.

E. S. Smith, M. Salkover, H. K. Justice, *Calculus*, 520 blz., gebonden, 1958; tweede druk; John Wiley & Sons, Inc., New York. Prijs $ 6.50.

In dit leerboek, dat ook reeksen, analytische meetkunde en differentiaalvergelijkingen behandelt, wordt er naar gestreefd zo spoedig mogelijk tot een behandeling der integraalrekening te komen. Toepassingen nemen een ruime plaats in op het gebied van de kinematica, de dynamica, en andere delen van de fysica, op oppervlakte- en inhoudsberekeningen, zonder de strengheid van het betoog, aangepast aan het peil van de beginneling, op te offeren. Limieteigenschappen worden genoemd maar niet bewezen, de eigenschap dat twee functies met hetzelfde differentiaalquotiënt alleen in een constante kunnen verschillen, wordt zonder bewijs gegeven, maar later komt deze eigenschap bij de vraagstukken tot zijn recht.

Omdat een kwart van het boek leerstof behandelt die ook voor ons V.H.M.O. is

voorgeschreven, heeft kennismaking met dit met zorg geschreven leerboek, ook om de vele eenvoudige opgaven die het bevat, zin voor de Nederlandse docent.

G. W. Walters, B. Sc., *An introduction to applied mathematics;* 156 blz., geb.; Macmillan & Co, London, 1957. Prijs. 6'sh.

Een eenvoudig boekje met veel vraagstukken op het gebied van de kinematica, de dynamica, de fysica (wetten van Pascal, Boyle, Hooke). Het geeft ons een indruk van de vraagstukkentraining die candidaten voor examens in Applied mathematics or mechanics (General Certificate of Education) hebben te ondergaan.

De theorie staat, van Nederlands standpunt beschouwd, op een te laag niveau. Ziehier de theorie van de zwaartekracht: "Anything that goes up must come down. We explain this by saying that the earth exerts *a force of gravity* upon the body". Ten onrechte constateert de auteur op blz. 25: Newton's First Law explains that motion is caused by a force. De formule voor de afgelegde weg bij de eenparig veranderlijke beweging wordt gevonden door stilzwijgend de gemiddelde snelheid gelijk te stellen aan het gemiddelde van begin- en eindsnelheid. En zo voort.

Een en ander maakt dat dit boekje voor ons onderwijs niet van betekenis is. Ook de vraagstukken zijn voor ons van weinig belang, doordat ze merendeels van traditionele aard zijn en ouderwetse typen bevatten.

Joh. H. Wansink

Prof. Dr. C. Visser, *De theorie der symmetrie;* A. W. Sijthoff, Leiden, 1958, 16 blz., *f* 1,50.

Dit is de tekst van prof. Visser's Leidse oratie van 2 mei 1958, waarin de belangrijke centrale plaats, die de theorie van de symmetrie — welke naam de auteur fraaier vindt dan die van groepentheorie — in de wiskunde inneemt, wordt belicht. Ter sprake komen o.m. de symmetrie van meetkundige figuren, hierbij b.v. het vlakke ornament met het ruimtelijk analogon, voorts de definitie van een abstracte groep en in verband hiermee de betekenis van de mathematische structuren in het algemeen, zonder dat de auteur verzuimt op te merken, dat de toepassingen op de concrete werkelijkheid het eigenlijke werk van de mathematicus vormen. Hoe door symmetrie-beschouwingen bij de oplossing van problemen vaak „met een minimum aan blind gereken, maar een maximum aan helderheid van gedachten" resultaat wordt verkregen, wordt aan een aardig physisch voorbeeld gedemonstreerd. Ten slotte stelt de schrijver de betekenis van het werk van Galois duidelijk in het licht en duidt hij de rol aan, die symmetriebeschouwingen bij de ontwikkeling van de relativiteitstheorie spelen.

Een zeer lezenswaardige oratie, waar ik gaarne de aandacht op vestig.

H. W. Lenstra

HET NIEUWE WISKUNDEPROGRAMMA

Aan de scholen is een voorlopige mededeling gezonden betreffende de invoering van een nieuw leerplan voor wiskunde met ingang van 1 september 1958.

Zodra de regeling in het Staatsblad is verschenen, wat binnenkort wordt verwacht, zal de redactie deze in haar geheel doen afdrukken.

Leraren, die met het oog op mogelijke invoering met een of meer van de tafels 1-12 wensen kennis te maken, gelieven een present-exemplaar aan te vragen.

LOGARITMEN- EN RENTETAFELS

Scholen, waar men geen goniometrie leert, maar wel sam. intrest.

1. **Log.- en Rentetafel A, 5 dec., 8ste druk,** gec. . . . . ƒ 0,90
Inhoud: Aanwijzingen, Gewone log. Log. van constanten. Log. van rentefactoren. Rentetafels **I** $(1+i)^n$; **II** $(1+i)^{-n}$ voor de procenten 2, $2^1/_2$, 3, $3^1/_2$, 4, $4^1/_2$, 5, $5^1/_2$ en 6. Machten, wortels en omgekeerden.

2. **Log.- en Rentetafels B, 5 dec., 14de druk,** gec. . . . ƒ 1,50
Inhoud als A en bovendien Rentetafel **III** $\Sigma(1+i)^n$; **IV** $\Sigma(1+i)^{-n}$; **V** Annuïteitentafel.

3. **Log. tafel C, 5 dec., 4de druk** . . . . ƒ 0,75
Inhoud als A, maar zonder rentetafels en aanwijzingen.

Midd. Handels-scholen Wisk. L.O.

4. **Rentetafel D, 8 dec., 5de druk** . . . . ƒ 1,—
De rentafels I, II, III, IV en V onder A en B hierboven genoemd, met **50** termijnen.

M.U.L.O. Kweekschool H.B.S. 3 U.T.S.

5. **Log.- en sinustafel H, 4 dec., 9de druk** . . . . ƒ 1,50
Gewone log.; sinustafel; $(1+i)^n$ en $(1+i)^{-n}$; machten, wortels en omgekeerden.

6. **Logaritmentafel K, 4 dec.** . . . . ƒ 0,30
Inhoud als H zonder de sinustafel.

7. **NOORDHOFFS' Kleine log. tafel** voor kweekscholen; **4 dec.** . . . . ƒ 0,55

Examens in Handelsrekenen voor banken, kantoren accountants, actuaris

P. WIJDENES en Dr. P. G. VAN DE VLIET,

8. **Log.- en Rentetafel E, 8ste druk,** gec. met hulpboekje ƒ 4,90
gebonden . . . . ƒ 6,50
Deze bevat de gewone log. in **5 dec.** en de vijf tafels voor samengestelde interest, verder de vijf overeenkomstige voor samengesteld disconto in **8 dec.,** in 100 termijnen en procenten van $^1/_2$ tot 8 met $^1/_2$% opklimmende.
Tafel I, II en V met $^1/_4$% opklimmende.

Handels-scholen H.B.S. A.

9. P. WIJDENES en Dr. P. G. VAN DE VLIET,
Logaritmen- en rentetafel uitgave G, Schooluitgave van tafel E voor de H.B.S. A, 6de druk . . . . ƒ 2,—

Middelbaar en Gymnasiaal Onderwijs; Hogere Technische Scholen

10. **NOORDHOFFS' SCHOOLTAFEL; 5 dec.;** 2 kleuren, in slap linnen band, **16de druk,** 112 blz. . . . . ƒ 2,40
I Gewone logaritmen.
II Logaritmen Sinustafel.
III Sinustafel (de goniometrische functies).
IV Rentetafels $(1+i)^n$ en $(1+i)^{-n}$ van $1^1/_2$% — $7^1/_2$% met 50 termijnen; **8 dec.**
Geen moeilijkheden bij de interpolatie; in tafel II twee volle graden naast elkaar; in tafel III zelfs vier.

11. **NOORDHOFF'S Tafel in 4 decimalen, 21ste druk,** 88 blz., in slap linnen in twee kleuren, met de vijf rentetafels in **8 dec.;** 96 blz. gebonden . . . . ƒ 1,90

V.H.M.O. H.T.S.

12. Dr. B. GONGGRIJP; Beknopte log. en gon. tafels
A **4e druk** *f* 2,25
idem en bijtafels B **6e druk** *f* 3,90
Log. en gon. tafels en bijtafels
D **11e druk** *f* 5,25
Alle in **5 dec**; groot lettertype.

Ex. Wiskunde, Un., Delft; Lab. Mil. Ac., H.T.S. enz.

13. **NOORDHOFF'S Wiskundige Tafels; in 5 dec., 6de druk,** 268 blz., geb. . . . . *f* 9,50
in drie kleuren; voorbericht en de nodige aanwijzingen in 6 talen: Nederlands, Indonesisch, Frans, Engels, Duits, Spaans.
I. Wit: Gewone log. II, Rose: Log. van gon. verh.; III. Omzettingen. IV. Wit: De gon. verh.; gr. en min.; ook radialen. V. Groen: Bijtafels.

Landmeters Pub. Werken

14. **Five place tables;** 5 dec. Log.; log. and natural values of trig. functions in the **Decimal system** (rechte hoek = = 100 gr., onderverdeeld in deci-, centi-, milli- en decimilligr., opv. dgr., cgr, mgr, dmgr).
Third edition, bound . . . . *f* 7,50

Twee nieuwe uitgaven voor meetkunde.

MEETKUNDE IN TAKEN

door

F Henneman en E. Steenbergen

Intuïtieve inleiding:

Voorbereiding	90 blz.	175 fig.	24 taken
Deel I	90 blz.	175 fig.	22 taken
,, IIA	112 blz.	155 fig.	21 taken
,, IIB	118 blz.	146 fig.	22 taken

Antwoorden en vele uitwerkingen bij elk deeltje.

Voorbereiding 8 blz., 1 fig.; bij I 10 blz., 18 fig.; bij IIA 15 blz., 26 fig.; bij IIB 26 blz., 40 fig.

LANGZAAM OMHOOG

Een meetkundeboek voor scholen met
beperkt wiskunde-program

door

C. F. Frederik (†) en A. van Os

I Met een intuïtieve inleiding
120 blz. 150 fig. . . . . Met II voor M.U.L.O. **A**
II 112 blz. 131 fig.
III 120 blz. 124 fig. . . . . voor M.U.L.O. **B**

Eén antwoordenboekje voor de drie deeltjes; met veel uitwerkingen; 36 blz. met 20 fig.